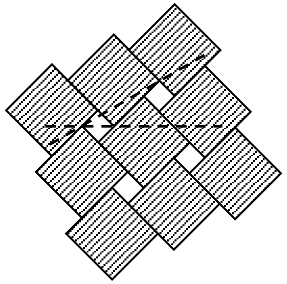
24. Штрих-код состоит из чередующихся черных и белых полос. Первая и последняя полосы – черные. Каждая полоса (черная или белая) имеет ширину 1 или 2, а общая ширина кода равна 12. Сколько существует таких штрих-кодов, которые по-разному читаются слева направо?

А) 24; **Б)** 132; **В)** 66; **Г)** 12; **Д)** 116.

25. Стена покрыта квадратными плитками двух размеров так, как показано на рисунке. Сторона большей плитки равна *a*, а меньшей – *b*. Штриховые линии на рисунке (горизонтальная и наклонная) проходят через вершины плиток и пересекаются под углом 30°. Найдите отношение $a:b$.



А) $(2\sqrt{3}):1$; **Б)** $(2+\sqrt{3}):1$; **В)** $(3+\sqrt{3}):1$; **Г)** $(3\sqrt{3}):1$; **Д)** $2:1$.

26. На доске записаны числа от 1 до 10, каждое 10 раз. Буратино стирает любые два имеющихся числа и вместо них записывает на доску их сумму, уменьшенную на 1. Затем он снова повторяет такие же действия до тех пор, пока на доске не останется одно число. Какое это может быть число?

А) меньше 440; **Б)** 451; **В)** 460; **Г)** 488; **Д)** больше 500.

27. Значение выражения $\dfrac{(2+3)(2^2+3^2)\ldots(2^{1024}+3^{1024})(2^{2048}+3^{2048})+2^{4096}}{3^{2048}}$ равно

А) 2^{2048}; **Б)** 2^{4096}; **В)** 3^{2048}; **Г)** 3^{4096}; **Д)** $3^{2048}+2^{2048}$.

28. Квадратный корень $\sqrt{0{,}99...9}$ (цифра 9 повторяется 100 раз) записан как бесконечная десятичная дробь. Найдите 100-ю цифру после запятой.

А) 1; **Б)** 2; **В)** 6; **Г)** 9; **Д)** другой ответ.

29. Функция $f(x)$ при $x>0$ удовлетворяет условию $2f(x)+3f\left(\dfrac{2010}{x}\right)=5x$. Найдите $f(6)$.

А) 993; **Б)** 1; **В)** 2009; **Г)** 1013; **Д)** 923.

30. На катетах прямоугольного треугольника выбраны точки *P* и *Q*. Длины катетов равны *a* и *b* соответственно. Пусть *K* и *H* – проекции соответственно *P* и *Q* на гипотенузу. Найдите наименьшее возможное значение суммы *KP* + *PQ* + *QH*.

А) $a+b$; **Б)** $\dfrac{2ab}{a+b}$; **В)** $\dfrac{2ab}{\sqrt{a^2+b^2}}$; **Г)** $\dfrac{(a+b)^2}{\sqrt{a^2+b^2}}$; **Д)** $\dfrac{(a+b)^2}{2ab}$.

Конкурс организован и проводится Общественным объединением «Белорусская ассоциация «Конкурс» совместно с Академией последипломного образования при поддержке Министерства образования Республики Беларусь.

220013, г. Минск, ул. Дорошевича, 3, РЗШ АПО
тел. (017) 292 80 31, 292 34 01; e-mail: info@bakonkurs.org
http://www.bakonkurs.org/

ГА «Беларуская асацыяцыя «Конкурс». Заказ XXX. Тыраж XX000 экз. Мінск. 2010

Международный математический конкурс
«КЕНГУРУ-2010»

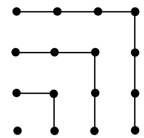
Четверг, 18 марта 2010 г.

- продолжительность непосредственной работы над заданием 1 час 15 минут;
- пользоваться калькулятором запрещается;
- в каждой задаче среди приведенных ответов только один правильный;
- по правилам конкурса на старте каждый участник получает 30 баллов;
- за правильный ответ на задачу к баллам участника прибавляются баллы, в которые оценена эта задача;
- за неправильный ответ на задачу из баллов участника вычитается четверть баллов, в которые оценена эта задача;
- за задачу, оставшуюся без ответа, баллы не прибавляются и не вычитаются;
- максимальное количество баллов, которые может получить участник конкурса, — 150;
- после окончания конкурса листок с заданием остается у участника;
- самостоятельная и честная работа над заданием — главное требование организаторов к участникам конкурса

Задание для учащихся 11 класса

Задачи с 1 по 10 оцениваются по 3 балла

1. Подсчитывая отмеченные точки на рисунке справа, можно получить равенство 1 + 3 + 5 + 7 = 4 × 4. Найдите сумму 1 + 3 + 5 + 7 + … + 15 + 17, применив аналогичный подсчет?



А) 14 × 14; **Б)** 9 × 9; **В)** 4 × 4 × 4; **Г)** 16 × 16; **Д)** 4 × 9.

2. Если сумма чисел в обеих строчках следующей таблицы одинаковая, то в клетке, отмеченной символом *, должно стоять число

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	2010
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	*

А) 1010; **Б)** 1020; **В)** 1910; **Г)** 1990; **Д)** 2020.

3. Два пустых куба имеют дно площадью 1 дм^2 и 4 дм^2 соответственно. Мы хотим заполнить больший куб водой, перенося воду в меньшем кубе. Какое наименьшее число раз нам придется сходить за водой?

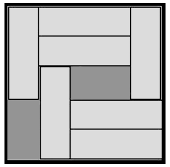
А) 2; **Б)** 4; **В)** 6; **Г)** 8; **Д)** 16.

4. Сколько всего 4-значных чисел, состоящих только из нечетных цифр, делятся на 5?

А) 900; **Б)** 625; **В)** 250; **Г)** 125; **Д)** 100.

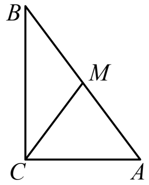
5. Директор компании сказал: «Каждому работнику нашей компании не менее 25 лет». Позже выяснилось, что он не прав. Это означает, что

А) каждому работнику компании ровно 25 лет;
Б) всем работникам компании более 26 лет;
В) ни одному работнику компании еще нет 25 лет;
Г) какому-то работнику компании менее 25 лет;
Д) какому-то работнику компании ровно 26 лет.



6. На дне коробки 5 дм × 5 дм лежат 7 плиток размерами 3 дм × 1 дм так, как показано на рисунке. Какое наименьшее число плиток нужно передвинуть по дну коробки так, чтобы на ее дно можно было положить еще одну такую же плитку?

А) 2; **Б)** 3; **В)** 4; **Г)** 5; **Д)** это невозможно сделать.



7. В прямоугольном треугольнике *ABC* точка *M* – середина гипотенузы *AB*, $\angle A = 60°$. Найдите $\angle BMC$.

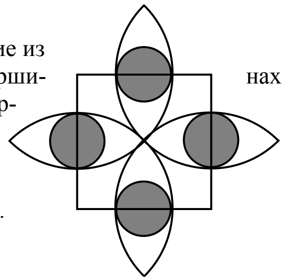
А) 105°; **Б)** 110°; **В)** 155°; **Г)** 120°; **Д)** 135°.

8. Какое из следующих чисел может быть числом ребер некоторой призмы?

А) 100; **Б)** 200; **В)** 2008; **Г)** 2009; **Д)** 2010.

9. Сколько существует двузначных чисел с цифрами *x* и *y*, таких, что $(x-3)^2 + (y-2)^2 = 0$?

А) 1; **Б)** 2; **В)** 6; **Г)** 32; **Д)** ни одного.



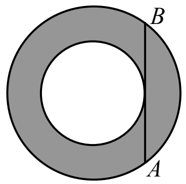
10. На рисунке справа сторона квадрата равна 2; линии, выходящие из центра квадрата, являются дугами окружностей с центрами в вершинах квадрата; закрашенные круги касаются этих дуг. Найдите суммарную площадь закрашенных кругов, если известно, что их центры лежат на сторонах квадрата.

А) $4(3-2\sqrt{2})\pi$; **Б)** $\frac{\sqrt{3}}{4}\pi$; **В)** $\sqrt{2}\pi$; **Г)** π; **Д)** $\frac{\pi}{4}$.

Задачи с 11 по 20 оцениваются по 4 балла

11. Три числа $\sqrt{7}$, $\sqrt[3]{7}$, $\sqrt[6]{7}$ являются последовательными членами геометрической прогрессии. Найдите следующий член этой прогрессии.

А) $\sqrt[9]{7}$; **Б)** $\sqrt[12]{7}$; **В)** $\sqrt[5]{7}$; **Г)** $\sqrt[10]{7}$; **Д)** 1.

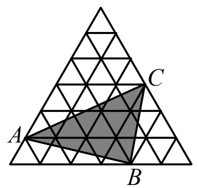


12. Две окружности имеют общий центр. Хорда *AB* большей окружности касается меньшей окружности. Найдите площадь кольца (оно на рисунке окрашено), если *AB* = 16.

А) 32π; **Б)** 63π; **В)** 64π; **Г)** $32\pi^2$; **Д)** недостаточно данных.

13. Целые числа *x* и *y* удовлетворяют равенству $2x = 5y$. Какое из следующих значений может принимать сумма $x + y$?

А) 2011; **Б)** 2010; **В)** 2009; **Г)** 2008; **Д)** 2007.



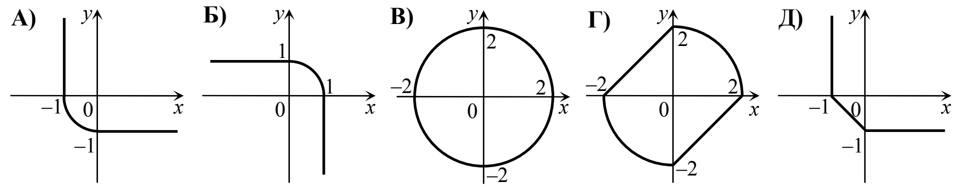
14. Равносторонний треугольник состоит из 36 меньших равносторонних треугольников площадью 1 см^2 каждый. Найдите площадь треугольника *ABC*, указанного на рисунке.

А) 11 см^2; **Б)** 12 см^2; **В)** 15 см^2; **Г)** 9 см^2; **Д)** 10 см^2.

15. В коробке находятся синие, зеленые и красные шары (по крайней мере, по одному шару каждого цвета). Известно, что если случайным образом вытащить из коробки 5 шаров, то среди них наверняка будет, по крайней мере, два красных шара и, по крайней мере, три шара одного цвета. Сколько синих шаров в коробке?

А) 1; **Б)** 2; **В)** 3; **Г)** 4; **Д)** невозможно определить.

16. На каком из следующих рисунков приведен график уравнения $(x-|x|)^2 + (y-|y|)^2 = 4$?



17. Сколько всего имеется прямоугольных треугольников, вершины которых являются вершинами данного правильного 14-угольника?

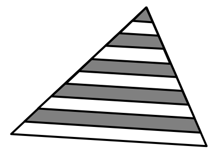
А) 42; **Б)** 84; **В)** 88; **Г)** 98; **Д)** 168.

18. В выражении 1 * 2 * 3 * 4 * 5 * 6 * 7 * 8 * 9 * 10 каждая звездочка заменяется знаком «+» или «·». Пусть *N* – наибольшее возможное значение полученного выражения. Чему равен наименьший простой делитель числа *N*?

А) 2; **Б)** 3; **В)** 5; **Г)** 7; **Д)** другой ответ.

18. Длина одной стороны треугольника равна 13, а длины двух других сторон выражаются целыми числами, произведение которых равно 105. Найдите периметр данного треугольника.

А) 35; **Б)** 29; **В)** 51; **Г)** 69; **Д)** 119.

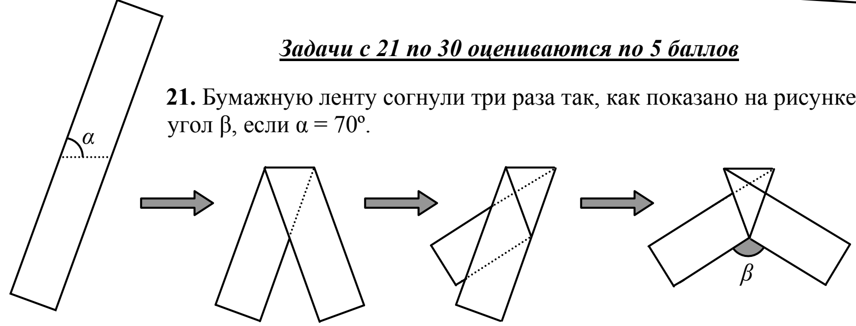


22. Прямые, параллельные основанию треугольника, делят боковые стороны на 10 равных частей (см. рис.). Сколько процентов площади треугольника окрашено в серый цвет?

А) 41,75%; **Б)** 42,5%; **В)** 45%; **Г)** 46%; **Д)** 47,5%.

Задачи с 21 по 30 оцениваются по 5 баллов

21. Бумажную ленту согнули три раза так, как показано на рисунке. Найдите угол β, если α = 70º.



А) 140º; **Б)** 130º; **В)** 120º; **Г)** 110º; **Д)** 100º.

22. В кроссе приняло участие 100 спортсменов. Все добежали до финиша, но никакие два из них не финишировали одновременно. После финиша у каждого спортсмена спросили, какое место он занял. Каждый назвал одно из чисел от 1 до 100. Сумма всех названных чисел оказалась равна 4000. Какое наименьшее число спортсменов солгали, отвечая на вопрос?

А) 9; **Б)** 10; **В)** 11; **Г)** 12; **Д)** 13.

23. Игральный кубик подбрасывают три раза. Пусть *n* – количество всех возможных исходов, при которых число очков, выпавших после третьего бросания, равно сумме очков, выпавших после первого и второго бросания. Пусть при этом *m* – количество тех из указанных выше исходов, при которых хотя бы раз выпало 2 очка. Найдите *m*/*n*.

А) 1/6; **Б)** 1/2; **В)** 91/216; **Г)** 8/15; **Д)** 7/12.